Кокина Е.П.,
кандидат экономических наук, доцент кафедры «Математическая статистика, эконометрика и актуарные расчеты» Ростовского государственного экономического университета (РИНХ)
E-mail: ekokina@inbox.ru
Трегубова А.А.,
кандидат экономических наук, доцент кафедры «Математическая статистика, эконометрика и актуарные расчеты» Ростовского государственного экономического университета (РИНХ)
E-mail: alexandra_a_t@mail.ru

ФОРМИРОВАНИЕ ТАРИФНЫХ КЛАССОВ СТРАХОВАНИЯ: ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

В статье рассматриваются возможности формирования тарифных классов страхования с помощью статистических методов. Применение методов кластерного анализа решает проблему объединения нескольких значений одного тарифного фактора в тарифную группу. Авторами рассматриваются наиболее известные в актуарной литературе методы кластерного анализа. Дается характеристика данным методам, рассматривается их применение на условном примере страхования выезжающих за рубеж. Сравниваются результаты процедуры объединения в классы.

Ключевые слова: *тарифные классы, кластерные методы, актуарные расчеты, страхование.*

Kokina E.P., Tregubova A.A.

DETERMINATION OF TARIFF CLASSES: AN APPLICATION OF STATISTICAL TECHNIQUES

The paper concerns the application of some statistical techniques to determine tariff classes. The problem of collecting values of one tariff factor into tariff classes can be solved by means of cluster analysis. The authors review basic clustering methods, well-known in the actuarial literature. These methods are quoted and applied to the travel insurance example. Clasterization results obtained with three clustering techniques are compared.

Keywords: *tariff classes, clustering techniques, actuarial calculations, insurance.*

Одним из основных условий финансовой устойчивости страховой компании является его тарифная политика, грамотное формирование которой возможно лишь с помощью актуарных расчетов. Обоснованная величина тарифа страхования и соответственно страховой премии позволяет обеспечить требуемую надежность и устойчивость страховщика. Формирование адекватных страховых премий невозможно без учета в их величине ключевых рисков, присущих различным видам страхования. Величина страховой премии, таким образом, отражает оценку уровня риска, который представляет собой застрахованный объект для страховой компании. При этом уровень риска даже в рамках одного вида страхования может существенно различаться для различных страхуемых объектов. Поэтому на первом этапе необходимым является разбиение рисков на однородные (в части распределения ожидаемых убытков) тарифные классы или группы, для каждой из которых рассчитывается и назначается единый тариф страхования.

Поскольку на практике никакие два риска не бывают полностью одинаковыми, построение тарифных классов становится возможным только после задания некоторого критерия сходства рисков [2]. Для этого необходимо отобрать основные факторы, то есть оказывающие наиболее значимое влияние на процесс убытков. Любой объект из определенной категории объектов страхования имеет свои индивидуальные факторы риска, которые могут влиять или на вероятность наступления страхового случая, или на вероятную величину ущерба, или и на то и на другое одновременно. Факторами риска могут являться, например, возраст застрахованного при страховании жизни или тип транспортного средства при страховании автогражданской ответственности.

Если множество значений факторов (тарифных факторов) велико, возникает задача объединения их отдельных значений в классы. В большинстве случаев значения фактора являются номинально шкалированными (географические районы, типы промышленных предприятий), и для количественного описания их сходства используется история убытков соответствующих рисков [2]. Данная задача в страховании имеет свои особенности и отличается от общей задачи кластерного анализа, где все объекты одинаковы по размеру, а их характеристики не зависят от случайности и фиксируются только один раз. В страховании значениям факторов изначально соответствует разное количество рисков, то есть размеры объектов не одинаковы. Величина убытка, являющаяся группировочным признаком, рассматривается как случайная величина, представленная наблюдениями за ряд лет.

В работе известного специалиста в области страховой математики Т. Мака «Математика рискового страхования» [2] предлагаются основные методы, которые позволяют выделить значения фактора со схожими процессами убытков, сократить число значений конкретного фактора риска и сформировать укрупненные тарифные группы или классы (рисунок 1).

Рисунок 1 – **Методы объединения значений тарифного фактора в тарифные группы, схожие по убыточности** (составлено с использованием: Мак Т. Математика рискового страхования / Пер. с нем. М.: Олимп-Бизнес, 2005. С. 101)

Агломеративный кластерный метод на основе критерия равенства математических ожиданий предполагает логнормальное распределение нормированного на объем совокупного убытка группы рисков Z_{ij} i-го значения фактора, $1 \le i \le I$, в j-м году наблюдения, $1 \le j \le J$. Для проверки равенств математических ожиданий убытков i-го и k-го значений фактора используется модифицированная статистика t-критерия [2]:

$$T^2(i,k) = \frac{(\overline{W}_i - \overline{W}_k)^2}{1/\nu_i + 1/\nu_k} \cdot \frac{2(J-1)}{SS_i + SS_k}, \qquad (1)$$

где $W_{ij} = \ln(Z_{ij})$ – случайная величина, имеющая нормальное распределение; ν_{ij} – число полисо-лет или соответственно страховая сумма; $\overline{W}_i = \frac{\sum_j \nu_{ij} W_{ij}}{\nu_i}$; $\nu_i = \sum_j \nu_{ij}$; $SS_i = \sum_j \nu_{ij}(W_{ij} - \overline{W}_i)^2$; $\overline{W}_k$, ν_k и SS_k определяются аналогично.

Статистика $T(i,k) = sign(\overline{W}_i - \overline{W}_k)\sqrt{T^2(i,k)}$ при справедливости основной гипотезы имеет *t*-распределение с $2(J-1)$ степенями свободы. С помощью F-критерия проверяется равенство дисперсий логарифмов убытков для двух значений факторов [2].

Из всех пар значений фактора (классов) самыми схожими признаются два класса, у которых значение статистики T наиболее близко к своему математическому ожиданию 0. При попадании T в допустимую область эта пара объединяется в один класс, а совокупные убытки двух классов по каждому году наблюдения складываются [2].

Второй из рассматриваемых кластерных методов позволяет разбить на классы множество значений фактора путем максимизации функции правдоподобия. Число классов *K* рассматривается как неизвестный фиксированный параметр и оценивается вместе с параметрами распределения, а совокупные убытки по каждому классу $C_1, C_2, ..., C_K$ считаются одинаково распределенными. Например, в случае обратного гауссовского распределения функция плотности для нормированного совокупного убытка *Z* каждого значения фактора из класса *k*, $1 \le k \le K$, имеет вид [2]:

$$f_k(z \mid \nu) = \sqrt{\frac{\nu\beta_k}{2\pi z^3}} \exp\left(-\frac{z/\mu_k^2 - 2/\mu_k + 1/z}{2} \nu\beta_k \right), \quad (2)$$

где ν – число полисо-лет или страховая сумма, μ_k и β_k – параметры распределения, соответствующие классу *k*.

Функция правдоподобия реализаций z_{ij} нормированных совокупных убытков Z_{ij} при известных объемах ν_{ij} имеет вид: $L = \prod_{k=1}^{K} \prod_{i \in C_k} \prod_{j=1}^{J} f_k(z_{ij} \mid \nu_{ij})$. После подстановки оценок $\hat{\mu}_k$ и $\hat{\beta}_k$ соответствующих параметров в функцию правдоподобия задача разбиения *I* значений фактора на *K* классов сводится к максимизации выражения [2]:

$$Q_k = \sum_{k=1}^{K} a_k \cdot \ln(\hat{\beta}_k), \; 1 \le k \le K, \quad (3)$$

где $a_k = \sum_{i \in C_k} \sum_j 1$, $\nu_k = \sum_{i \in C_k} \sum_j \nu_{ij}$,

$$\hat{\beta}_k = \frac{a_k}{\sum_{i \in C_k} \sum_j \nu_{ij} / z_{ij} - \nu_k / \hat{\mu}_k}, \; \hat{\mu}_k = \frac{\sum_{i \in C_k} \sum_j \nu_{ij} z_{ij}}{\nu_k}.$$

Число разбиений множества $\{1, ..., I\}$ на *K* классов достаточно велико, что затрудняет поиск такого распределения. Поэтому можно последовательно объединять значения фактора в классы. Класс C, полученный при объединении классов C_k и C_l, имеет следующие характеристики:

$$a = \sum_{i \in C_k} \sum_{j \ge 1} 1 = a_k + a_l,$$

$$\nu = \sum_{i \in C_k} \sum_{j \ge 1} \nu_{ij} = \nu_k + \nu_l,$$

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i \in C_k} \sum_{j \ge 1} \nu_{ij} z_{ij}}{\nu} = \frac{\nu_k \mu_k + \nu_l \mu_l}{\nu_k + \nu_l},$$

$$\hat{\beta} = \frac{a}{\sum_{i \in C_k} \sum_{j \ge 1} \nu_{ij} / z_{ij} - \nu / \hat{\mu}} \text{ или}$$

$$\hat{\beta} = \frac{a_k + a_l}{\frac{a_k}{\hat{\beta}_k} + \frac{\nu_k}{\mu_k} + \frac{a_l}{\hat{\beta}_l} + \frac{\nu_l}{\mu_l} - \frac{(\nu_k + \nu_l)^2}{\nu_k \mu_k + \nu_l \mu_l}}.$$

При объединении классов C_k и C_l в класс C с показателями a, ν, $\hat{\mu}$ и $\hat{\beta}$ значение Q_k уменьшается на величину: $d(k,l) = a_k \cdot \ln(\hat{\beta}_k) + a_l \cdot \ln(\hat{\beta}_l) - (a_k + a_l) \cdot \ln(\hat{\beta})$.

Процесс кластеризации сводится к последовательному объединению классов C_k и C_l с наименьшим расстоянием $d(k,l)$.

Следует отметить, что описанные агломеративные методы разбиения на классы не гарантируют максимизации правдоподобия.

Метод смешанного распределения позволяет получить оптимальное построение классов за один шаг, но требует заранее заданного разбиения на классы в качестве начального. Так же, как и в предыдущем случае, предполагается разбиение значений фактора на K классов и одинаковое распределение убытков, соответствующих объектам одного класса. В отличие от предыдущего метода принадлежность значения фактора определенному классу рассматривается не как параметр, а как случайная величина, то есть каждое значение фактора может с определенной вероятностью принадлежать любому классу C_k, $1 \le k \le K$ [2].

На примере обратного гауссовского распределения совокупного нормированного на объем убытка для всех значений фактора предполагается одинаковая априорная вероятность p_k принадлежности классу k с плотностью распределения f_k (выполняется $p_1 + \ldots + p_K = 1$).

Независимые наблюдения $z_{i1}, \ldots, z_{iJ}$ случайных величин $Z_{i1}, \ldots, Z_{iJ}$ i-го значения фактора имеют при условии принадлежности этого значения классу k совместную плотность:

$$f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ} \mid k) = \prod_{j=1}^{J} f_k(z_{ij} \mid \nu_{ij}). \quad (4)$$

Поскольку распределение значений фактора по классам неизвестно, наблюдается только плотность смешанного распределения:

$$f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ}) = \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ} \mid k), \quad 1 \le i \le I. \quad (5)$$

На основании значений $z_{i1}, \ldots, z_{iJ}$ с помощью теоремы Байеса можно рассчитать искомую апостериорную вероятность того, что соответствующие i-му значению фактора реализации $z_{i1}, \ldots, z_{iJ}$ представляют класс k:

$$p(k \mid i) = \frac{f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ} \mid k) \cdot p_k}{f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ})},$$

при условии $p(1 \mid i) + \ldots + p(K \mid i) = 1$.

Неизвестные параметры p_k, μ_k и β_k оцениваются на основании данных z_{ij} методом максимума правдоподобия. Функция правдоподобия имеет вид:

$$L = \prod_{i=1}^{I} f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ}) = \prod_{i=1}^{I} \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ} \mid k). \quad (6)$$

Оценками правдоподобия являются значения параметров p_k, μ_k и β_k, максимизирующие L:

$$\ln(L) = \sum_{i=1}^{I} \ln\left(\sum_{k=1}^{K} p_k \cdot f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ} \mid k) \right). \quad (7)$$

Отсюда оценки параметров p_k, μ_k и β_k [2]:

$$p_k = \sum_{i=1}^{I} p(k \mid i) / I, \quad \mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{I} p(k \mid l) \sum_{j=1}^{J} \nu_{ij} z_{ij}}{\sum_{i=1}^{I} p(k \mid l) \sum_{j=1}^{J} \nu_{ij}},$$

$$\beta_k = \frac{I \cdot J \cdot p_k}{\sum_{i=1}^{I} p(k \mid i) \sum_{j=1}^{J} \nu_{ij} \left(\frac{1}{z_{ij}} - \frac{1}{\mu_k} \right)}, \quad (8)$$

откуда: $$p(k \mid i) = \frac{p_k \cdot f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ} \mid k)}{\sum_{k=1}^{K} p_k \cdot f(z_{i1}, \ldots, z_{iJ} \mid k)}, \quad 1 \le k \le K. \quad (9)$$

На первом этапе задаются стартовые вероятности (на основании начального разбиения на классы с помощью агломеративного метода или визуального анализа):

$$p(k \mid i) = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in C_k, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (10)$$

Они позволяют вычислить начальные значения для p_k, μ_k и β_k. На основании полученных значений рассчитываются новые значения $p(k \mid i)$. Итерация продолжается, пока значения параметров не перестают существенно изменяться. Тогда i-е значение фактора относится к классу k, имеющему максимальную вероятность $p(k \mid i)$ [2].

Сходимость итерации не исключает возможности достижения только локального максимума. Поэтому имеет смысл проводить расчеты с другими стартовыми разбиениями, отличающимися от первоначального. Окончательный выбор делается в пользу решения с наибольшим значением функции правдоподобия $\ln(L)$.

Реализация данных методов выделения укрупненных тарифных групп была рассмотрена на условном примере. Можно предположить, что при страховании выезжающих за рубеж объект (застрахованный) характеризуется только тремя значениями фактора – туристического направления выезда за рубеж (Европа, Азия, Африка). Совокупные характеристики страхования за семь лет представлены в таблице 1.

Таблица 1 – **Совокупные характеристики страхования выезжающих за рубеж (условные данные)**

Значение фактора (направление выезда), i	Совокупные характеристики (по направлениям выезда)	Год страхования, j						
		1	2	3	4	5	6	7
Европа	Страховая сумма, у.е., v_{ij}	200000	1000000	300000	200000	500000	400000	300000
	Убыток, у.е., S_{ij}	3000	13000	6000	2800	7500	4800	3000
	Убыточность, $Z_{ij}=\frac{S_{ij}}{v_{ij}}$	0,015	0,013	0,02	0,014	0,015	0,012	0,01
	$W_{ij}=\ln(Z_{ij})$	-4,1997	-4,3428	-3,9120	-4,2687	-4,1997	-4,4228	-4,6052
Африка	Страховая сумма, у.е., v_{ij}	200000	500000	100000	800000	700000	500000	400000
	Убыток, у.е., S_{ij}	2000	5000	2000	7000	6000	3000	3000
	Убыточность, $Z_{ij}=\frac{S_{ij}}{v_{ij}}$	0,01	0,01	0,02	0,00875	0,008571	0,006	0,0075
	$W_{ij}=\ln(Z_{ij})$	-4,6052	-4,6052	-3,9120	-4,7387	-4,7593	-5,1160	-4,8929
Азия	Страховая сумма, у.е., v_{ij}	600000	500000	600000	600000	600000	500000	500000
	Убыток, у.е., S_{ij}	5000	8000	2000	4000	7000	3000	2000
	Убыточность, $Z_{ij}=\frac{S_{ij}}{v_{ij}}$	0,0083	0,0160	0,0033	0,0067	0,0117	0,0060	0,0040
	$W_{ij}=\ln(Z_{ij})$	-4,7875	-4,1352	-5,7038	-5,0106	-4,4510	-5,1160	-5,5215
Совокупная страховая сумма, v_j		1000000	2000000	1000000	1600000	1800000	1400000	1200000

Для реализации *агломеративного кластерного метода на основе критерия равенства математических ожиданий* были рассчитаны дополнительные характеристики (таблица 2).

Таблица 2 – **Итоговые характеристики страхования выезжающих за рубеж (условные данные)**

Значение фактора (направление выезда), i	Суммарная страховая сумма, у.е. v_i	Суммарный убыток, у.е. S_i	Среднее значение нормированной убыточности, $\overline{W_i}=\frac{\sum_j v_{ij}W_{ij}}{v_i}$	Сумма взвешенных квадратов отклонений, $SS_i=\sum_j v_{ij}(W_{ij}-\overline{W_i})^2$
Европа	2900000	40100	-4,2968	88178,689
Африка	3200000	28000	-4,9227	237482,253
Азия	3900000	31000	-4,9646	1026250,491
Сумма	10000000	99100	-	-

Для проверки нулевой гипотезы о равенстве средних на уровне значимости 5% для каждых двух групп застрахованных (двух направлений выезда) была рассчитана модифицированная статистика *t*-критерия (таблица 3).

Таблица 3 – **Проверка основной гипотезы о равенстве средних значений нормированной убыточности в двух группах**

№	Группы	Рассчитанное значение модифицированной статистики, $T^2(i,k)$	Рассчитанное значение статистики, $T(i,k)$	Критическое значение *t*-статистики с *2(j-1)* степенями свободы и уровнем значимости 0,05, $T(2(j-1))$	Вывод о равенстве средних двух групп (на уровне значимости 5%)
1	Европа и Африка	21,97150	4,6874	2,18	Отклоняется гипотеза о равенстве средних групп
2	Европа и Азия	7,99000	2,8300	2,18	Отклоняется гипотеза о равенстве средних групп
3	Африка и Азия	0,02935	0,1713	2,18	Нельзя отклонить гипотезу о равенстве средних групп

Предварительно можно сделать вывод о возможности объединения в один тарифный класс (схожий по убыточности) двух направлений: Африки и Азии. Однако, чтобы окончательно сделать вывод о возможности такого объединения, было проверено предположение о равенстве дисперсий двух групп (таблица 4).

Таблица 4 –**Проверка основной гипотезы о равенстве дисперсий нормированной убыточности в двух группах**

№	Группы	Рассчитанное значение F- статистики, $F=\frac{SS_i(больш)}{SS_i(меньш)}$	Критическое значение *F*-статистики с *(j-1)* и *(j-1)* степенями свободы и уровнем значимости 0,05, $F(j-1; j-1)$	Вывод о равенстве дисперсий групп (на уровне значимости 5%)
1	Европа и Африка	2,69	8,47	Нельзя отклонить гипотезу о равенстве дисперсий этих групп
2	Европа и Азия	11,64	8,47	Отклоняется гипотеза о равенстве дисперсий этих групп
3	Африка и Азия	4,32	8,47	Нельзя отклонить гипотезу о равенстве дисперсий этих групп

Таким образом, на уровне значимости 5% можно сделать вывод о невозможности отклонения основной гипотезы в первом (Европа и Африка) и третьем (Африка и Азия) случае. На основании проведенного анализа были выделены наиболее схожие два направления выезда (Африка и Азия), которые можно объединить в одну тарифную группу (тарифный класс) «направление Африка и Азия».

На следующем этапе была рассмотрена реализация *агломеративного кластерного метода с максимизацией функции правдоподобия.* Следует отметить, что в данном примере число значений фактора (I) равно числу классов (K). Предварительные расчеты характеристик по классам представлены в таблице 5.

Таблица 5 – **Основные характеристики по группам**

№	Значение фактора (направление выезда), i	Суммарная страховая сумма, у.е., ν_i	Характеристика группы, a_i	Параметр распределения, $\hat{\mu}_i$	Параметр распределения, $\hat{\beta}_i$
1	Европа	2900000	7	0,0138275860	0,0000010797
2	Африка	3200000	7	0,0087500000	0,0000003675
3	Азия	3900000	7	0,0079487179	0,0000000492

На основании проведенных расчетов (таблица 6) можно сделать тот же вывод, что был получен с помощью первого рассмотренного метода: предпочтительнее объединить в одну тарифную группу два направления выезда (Африка и Азия).

Таблица 6 – **Основные характеристики объединенных групп**

№	Группы	Общая страховая сумма, у.е., ν	Характеристика объединенного класса, a	Параметры распределения		Расстояние, $d(k,l)$
				$\hat{\mu}$	$\hat{\beta}$	
1	Европа и Африка	6100000	14	0,0111639344	0,0000002566	12,5753030326
2	Европа и Азия	6800000	14	0,0104558824	0,0000000704	16,5997510380
3	Африка и Азия	7100000	14	0,0083098592	0,0000000857	6,3024911160

На третьем этапе была рассмотрена реализация метода смешанного распределения. Для этого были проведены расчеты при различных стартовых разбиениях: были заданы три возможных варианта начального (стартового) разбиения трех значений фактора «направление выезда» на две группы (K=2) и соответствующие им начальные (стартовые) вероятности (таблица 7).

Таблица 7 – **Стартовые разбиения и вероятности разбиения значений фактора на две группы**

Вариант разбиения	Первая тарифная группа (k=1), C_1	Вторая тарифная группа (k=2), C_2
1	Европа	Азия и Африка
2	Европа и Африка	Азия
3	Европа и Азия	Африка
Начальные вероятности	$p(1/i)=\begin{cases}1, \text{ если } i \in C_1,\\ 0, \text{ иначе.}\end{cases}$	$p(2/i)=\begin{cases}1, \text{ если } i \in C_2,\\ 0, \text{ иначе.}\end{cases}$

Для каждого из заданных вариантов разбиения по формулам (7-8) были найдены оценки параметров p_k, μ_k, β_k и значения функции правдоподобия $\ln(L)$ (таблица 8). Выбор варианта разбиения был сделан в пользу решения с наибольшим значением $\ln(L)$.

Таблица 8 – **Основные характеристики объединенных тарифных групп**

Вариант разбиения	Состав групп (классов), C_k	Оценки параметров для группы C_k			Функция правдоподобия, $\ln(L)$
		$\hat{p}_k$	$\hat{\mu}_k$	$\hat{\beta}_k$	
1	(1). Европа (2). Азия и Африка	0,333 0,667	0,013828 0,008310	0,000001079 0,000000086	88,245
2	(1). Европа и Африка (2). Азия	0,667 0,333	0,011164 0,007949	0,000000260 0,000000049	85,196
3	(1). Европа и Азия (2). Африка	0,667 0,333	0,010456 0,008750	0,000000070 0,000000368	83,168

Поскольку наибольшее значение функции правдоподобия соответствует первому варианту разбиения, то предпочтительным является выделение двух направлений выезда (схожих по убыточности тарифных групп): «Европы» и «Азии и Африки».

Применение рассмотренных методов позволяет сформировать достаточно однородные тарифные классы или группы в совокупности рисков в предположении схожести распределения убытков, что в свою очередь позволяет рассчитать адекватные тарифы страхования по каждой выделенной группе. Разработанная таким образом система тарифов страхования обеспечивает требуемую надежность и устойчивость страховщика.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мак Т. Математика рискового страхования/ Пер. с нем. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2005. – 432 с.

2. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика / Пер. с англ. – М.: Янус-К, 2001. – 655 с.

3. Кокина Е.П., Трегубова А.А. Уточнение факторов риска в страховании: возможности применения методов кластерного анализа. // Совершенствование бухгалтерского учета, анализа, аудита, статистики и налогообложения в условиях устойчивого развития экономики: материалы III международной научно-практической конференции ППС, молодых ученых и студентов. – Ростов н/Д: Изд.-во ООО «АзовПечать», 2014. – С. 285-290.

4. Страхование: учебник / под ред. проф. Т.А. Федоровой. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Экономистъ, 2004. – 875 с.

5. Giulini S., Pelessoni R. Determination of tariff classes: cluster analysis methods and unsupervised neural networks./ XXVII-th International ASTIN Colloquium – Proceedings. – The Institute of Actuaries of Australia, 1997. – pp. 129-150.

BIBLIOGRAPHIC LIST

1. Mack Th. General Insurance Mathematics / Translation from German. – Moscow.: Olympus Business, 2005. – 432 p.

2. Bowers N.L., Gerber H.U., Jones D.A., Nesbitt C.J., Hickman J.C. Actuarial mathematics / Translation from English. – Moscow: Yanus-K, 2001. – 655 p.

3. Kokina E.P., Tregubova A.A. Refinement of the risk factors in insurance: the possibility of applying the cluster analysis methods. / Improvement of accounting, analysis, audit, statistics and tax in sustainable economic development conditions: III International conference. – Rostov-on-Don: Azov Print, 2014. – pp. 285-290.

4. Insurance: Textbook / Ed. prof. T.A. Fedorova. – 2nd ed., Rev. and add. – Moscow: Ekonomist, 2004. – 875 p.

5. Giulini S., Pelessoni R. Determination of tariff classes: cluster analysis methods and unsupervised neural networks./ XXVII-th International ASTIN Colloquium – Proceedings. – The Institute of Actuaries of Australia, 1997. – pp. 129-150.